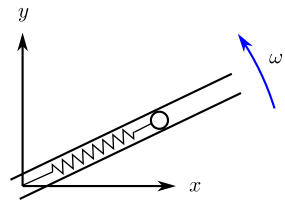
**一般力学 (T1・T2)** 5 回目レポート　　**(2017/ 7/24 10:25 a.m. 締め切り)**

氏名 ________________　学籍番号 ________________

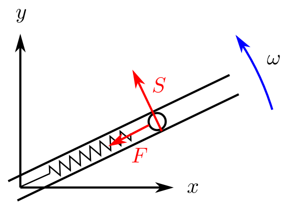



**問 1.**　左図のように筒の中に質量 $m$ の質点がある．筒と質点が摩擦なく，質点は筒に沿ってなめらかに運動する．質点は自然長 $r_0$，バネ定数 $k$ のバネと接続しており，図のように，筒が原点を中心に水平面内で一定の角速度 $\omega$ する．このとき，以下の問に答えよ．

1. 原点から質点までの距離を $r$ とする．この質点の半径方向の運動方程式を記述せよ．
2. この質点が単振動するための条件を $(m, k, \omega)$ を用いて書け．

**解答**

1.




回転座標系を使えば，みかけの力として遠心力が作用するので，次式を得る．

$$m\ddot{r} = -F + mr\omega^2 \tag{1}$$

バネが質点に与える力はフックの法則より

$$F = k(r - r_0) \tag{2}$$

である．これより，

$$\underline{m\ddot{r} = -k(r - r_0) + mr\omega^2} \tag{3}$$

を得る．

**別解 1**
極座標表示でも式 (1) と同じ式を得ることができる．

$$m\left(\ddot{r} - r\omega^2\right) = -F \tag{4}$$

**別解 2**
Lagrange の運動方程式を用いることもできる．速度の半径方向成分 $\dot{r}$ と周方向成分 $r\omega$ より，

$$K = \frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\omega^2\right) \tag{5}$$

また，ポテンシャルは以下の通りである．

$$U = \frac{k}{2}(r - r_0)^2 \tag{6}$$

よって，Langrange の運動方程式より次式を得る．

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} - \frac{\partial L}{\partial r} = m\ddot{r} - m\omega^2 r + k(r - r_0) = 0 \tag{7}$$

2. 運動方程式より

$$\ddot{r} = -\frac{k}{m}(r - r_0) + r\omega^2 \tag{8}$$

を得る．整理すると，

$$\ddot{r} + \left(\frac{k}{m} - \omega^2\right) r = \frac{k}{m} r_0 \tag{9}$$

となる．これより，単振動するためには，

$$\underline{\frac{k}{m} - \omega^2 > 0} \tag{10}$$

となる必要があることが分かる．