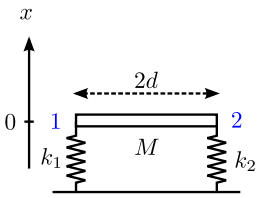
一般力学 (T1・T2) 3 回目レポート　　**（2017/ 6/16 10:25 a.m. 締め切り）**

氏名　　学籍番号

右図のように，水平面内を動く長さ $2d$，質量 M の均質な剛棒がある．剛棒の両端には，それぞれバネ定数 k_1 と k_2 のバネがついている．剛棒の両端の x 座標はそれぞれ x_1, x_2 であり，ともに $x_1 = x_2 = 0$ で自然長となる．x_1, x_2 は非常に小さい値をとるものとする．以下の問に答えよ．ただし，解答は括弧の中の変数をすべてあるいは一部を用いよ．なお，括弧の中に時間の変数は含まれていないが時間に関する微分は用いてよい．また，回転は反時計まわりを正とせよ．



1. 剛棒の質量中心（重心）の x 座標 x_c を書け．(x_1, x_2)
2. 質量中心まわりの慣性モーメント I_c を求めよ．（長さは d ではなく $2d$ であることに注意せよ．）(M, d)
3. $k_1 = k_2 = k$ とする．質量中心の運動方程式を書け．(x_1, x_2, M, k)
4. $k_1 = k_2 = k$ とする．質量中心まわりの回転の運動方程式を書け．(x_1, x_2, M, k, d)
5. 端点まわりの慣性モーメント I_e を求めよ．(M, d)
6. $k_1 = \infty, k_2 = k$ のとき，剛棒は端点を中心に運動する．端点まわりの回転の運動方程式を書け．(x_1, x_2, M, k, d)

1.

$$x_c = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\frac{M}{2d}x}{M}\mathrm{d}x = \underline{\frac{x_1 + x_2}{2}} \tag{1}$$

2. x 軸に直交する方向を y 軸とし，質量中心を $y = 0$ とおく．

$$x_c = \int_{-d}^{d} \frac{M}{2d}y^2\mathrm{d}y = \underline{\frac{Md^2}{3}} \tag{2}$$

3. 全体に作用する外力は $-kx_1 - kx_2$ である．また全体の質量は M である．よって，

$$M\ddot{x}_c = -kx_1 - kx_2 \tag{3}$$

より，

$$\underline{M\left(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2\right) = -2k(x_1 + x_2)} \tag{4}$$

を得る．

4. 質量中心まわりの角運動量およびモーメントは以下のように書ける．

$$L_c = I_c\theta, \qquad N_c = -dkx_2 + dkx_1 \tag{5}$$

θ は剛棒の傾きであり，$x_1, x_2 \ll 1$ のとき

$$\theta = \frac{x_2 - x_1}{2d} \tag{6}$$

で与えられる．$\dot{L}_c = N_c$ より，次式を得る．

$$\frac{Md^2}{3}\frac{\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1}{2d} = -kd(x_2 - x_1) \tag{7}$$

$$\underline{M\left(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1\right) = -6k(x_2 - x_1)} \tag{8}$$

5.　平行軸の定理より

$$I_e = \frac{Md^2}{3} + Md^2 = \underline{\frac{4}{3}Md^2} \tag{9}$$

$\dot{L} = N$ より，

$$\underline{m\dot{x}_2 = -kx_2} \tag{10}$$

となる．

6.　質量中心まわりの角運動量およびモーメントは以下のように書ける．

$$L_e = I_e\theta, \qquad N_e = -2dkx_2 \tag{11}$$

θ は $x_1 = 0$ より，

$$\theta = \frac{x_2}{2d} \tag{12}$$

$\dot{L}_c = N_c$ より，

$$\frac{4}{3}Md^2\frac{\ddot{x}_2}{2d} = -2kdx_2 \tag{13}$$

となる．よって次式を得る．

$$\underline{M\left(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1\right) = -3k(x_2 - x_1)} \tag{14}$$