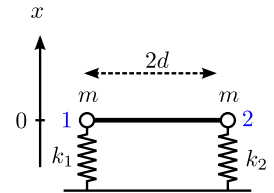


氏名

学籍番号

右図のように、水平面を動く長さ $2d$ の剛棒がある。剛棒の両端には質量 m の質点がついており、さらにその質点にはそれぞれバネ定数 k_1 と k_2 のバネがついている。質点 1, 質点 2 の x 座標はそれぞれ x_1, x_2 であり、ともに $x_1 = x_2 = 0$ で自然長となる。剛棒の質量および重力は無視して良く、 x_1, x_2 は非常に小さい値をとるものとする。以下の問に答えよ。ただし、解答は括弧の中の変数を用いよ。なお、括弧の中に時間の変数は含まれていないが時間に関する微分は用いてよい。また、回転は反時計まわりを正とせよ。



- 質量中心の x 座標 x_c を書け。(x_1, x_2)
- $k_1 = k_2 = k$ とする。質量中心の運動方程式を書け。(x_1, x_2, m, k)
- $k_1 = k_2 = k$ とする。質量中心まわりの回転の運動方程式を書け。(x_1, x_2, m, k, d)
- $k_1 = \infty, k_2 = k$ のとき、剛棒は質点 1 を中心に回転する。質点 1 まわりの回転の運動方程式を書け。(x_1, x_2, m, k, d)

1.

$$x_c = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad (1)$$

2. 全体に作用する外力は $-kx_1 - kx_2$ である。また全体の質量は $2m$ である。よって、

$$2m\ddot{x}_c = -kx_1 - kx_2 \quad (2)$$

より、

$$m(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) = -k(x_1 + x_2) \quad (3)$$

を得る。

3.

質量中心まわりの角運動量およびモーメントは以下のように書ける¹²。

$$L_c = dm\dot{x}_2 - dm\dot{x}_1 \quad (4)$$

$$N_c = -dkx_2 + dkx_1 \quad (5)$$

 $\dot{L}_c = N_c$ より、

$$m(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) = -k(x_2 - x_1) \quad (6)$$

4.

$$L = 2dm\dot{x}_2 \quad (7)$$

$$N = -2dkx_2 \quad (8)$$

 $\dot{L} = N$ より、

$$m\dot{x}_2 = -kx_2 \quad (9)$$

¹ L_c について: $\dot{x}_2$ が正のとき、この剛棒は反時計まわりに動くので、角運動量は正となる(問題の設定より半時計回りに動く向きが正)。一方で、 $\dot{x}_1$ が正のとき、この剛棒は時計まわりに動くので、角運動量は負となる。

² N_c について: x_2 が正のとき、バネは縮もうとするので、剛棒には時計まわりのモーメントが作用するので、モーメントは負になる。一方、 x_1 が正のとき、反時計まわりのモーメントが作用するので、モーメントは正である。