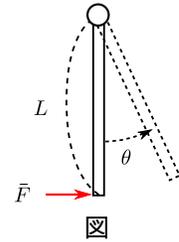


氏名 _____

学籍番号 _____

長さ L 、質量 M の棒が鉛直方向に沿って静止している。この棒の端点は固定されており、棒はこの点まわりに滑らかに運動する。この棒のもう一方の端点に撃力 \bar{F} を与えたときの棒の運動について、以下の問いに答えよ。ただし、棒の線密度は一様とし、重力加速度を g 、鉛直方向と棒のなす角度を θ とする。なお、問 4, 5, 6 は撃力は関係なく、ただの単振動の問題であることに注意せよ。



1. 固定された端点まわりの棒の慣性モーメントを書け。 (M, L)
2. 撃力 \bar{F} を棒に与えた直後の棒の角速度 $\dot{\theta}$ を求めよ。 (\bar{F}, M, L)
3. 角度 θ の値が最大になるときの $\cos \theta$ の値を求めよ (ヒント: 力学的エネルギー保存の法則) (\bar{F}, M, L, g)
4. 棒が θ 傾いている時、棒に作用する固定点まわりのモーメントを求めよ。 (M, g, L, θ)
5. 固定された端点まわりの回転の方程式を書け。 ($M, g, L, \ddot{\theta}, \theta$)
6. 振幅が十分小さいとき ($\sin \theta \sim \theta$)、この運動は単振動になる。この単振動の角振動数 ω を書け。 (M, g, L)

1.

$$I = \frac{L}{M} \int_0^L x^2 dx = \frac{ML^2}{3} \quad (1)$$

2. $\dot{L} = N$ を時間積分すると次式を得る。

$$I\dot{\theta} = \bar{F}L \quad (2)$$

よって、

$$\dot{\theta} = \frac{\bar{F}L}{I} = \frac{3\bar{F}}{ML} \quad (3)$$

となる。

3. 力学的エネルギー保存の法則より

$$K + U = \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 + 0 = 0 + Mg\frac{L}{2}(1 - \cos \theta) \quad (4)$$

が成り立つ。これより、 $\cos \theta$ は以下ようになる。

$$\cos \theta = 1 - \frac{I\dot{\theta}^2}{MgL} \quad (5)$$

$$= 1 - \frac{3\bar{F}^2}{M^2gL} \quad (6)$$

4.

$$N = -M\frac{L}{2}g \sin \theta \quad (7)$$

5.

$$\frac{ML^2}{3}\ddot{\theta} = -\frac{ML}{2}g \sin \theta \quad (8)$$

6. $\sin \theta \sim \theta$ より、

$$\ddot{\theta} + \frac{3g}{2L}\theta = 0 \quad (9)$$

を得る。よって角振動数は

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2L}} \quad (10)$$

となる。