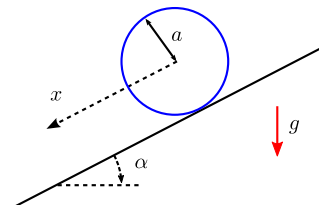


氏名

学籍番号

問 1. 水平となす角 α の斜面の上を円柱が滑らず転がっている．重力加速度を g とする．以下の問に答えよ．

1. 円柱の密度は均一とする．円柱の半径を a , 質量を M とするとき , 慣性モーメントを書け (求めなくてよい) .
2. 斜面に沿って下向きに x 軸を取る．円柱の質量中心の速度 $\dot{x}$ を円柱の角速度 $\dot{\theta}$ と半径を用いて表わせ .
3. 円柱の運動エネルギー K を書け . ただし , $\dot{\theta}$ は用いないこと . (前問の答えを用いれば , $\dot{x}$ を用いて表される .)
4. 円柱の位置エネルギー U を書け . ただし , $\dot{\theta}$ は用いないこと .
5. ラグランジュの運動方程式より , 円柱の質量中心の加速度 $\ddot{x}$ を求めよ .



解答

1.

$$I = \frac{1}{2}Ma^2 \quad (1)$$

4. $x = 0$ で $U = 0$ とすると ,

$$U = -Mgx \sin \alpha \quad (5)$$

を得る .

2.

$$\dot{x} = a\dot{\theta} \quad (2)$$

5. ラグランジュの運動方程式 :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0, \quad L = K - U \quad (6)$$

に式 (4), (5) を代入すると ,

3. 運動エネルギーは以下の通り .

$$K = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 \quad (3)$$

$$\frac{3}{2}M\ddot{x} - Mg \sin \alpha = 0 \quad (7)$$

を得る . よって ,

式 (1), (2) を代入すると ,

$$K = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}Ma^2 \left(\frac{\dot{x}}{a} \right)^2 = \frac{3}{4}M\dot{x}^2 \quad (4)$$

を得る .

$$\ddot{x} = \frac{2}{3}g \sin \alpha \quad (8)$$