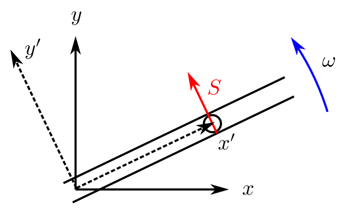
一般力学 (T1・T2) 5 回目レポート **(2015/ 5/18 10:00 a.m. 締め切り)**

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

問 1.　図に示すように，筒の中に質量 m の質点（小さな球）がある．この筒を原点を中心に 水平面内で 一定の角速度 ω で回転させる．原点から質点までの距離を r とおく．筒と質点には摩擦は作用しないと仮定すると，筒が質点に与える力 S は筒に対して直交する．このとき，以下の問に答えよ．答えは設問後ろの記号のみを用いて表わせ．（時間微分を表す · は用いて良い．）



1. 図のように筒と x' 軸が重なる回転座標系を考える．このとき，x' 軸方向の運動方程式を表せ．(r, ω)
2. y' 軸方向の運動方程式を表せ．(S, m, r)

解答

1.　回転座標系の運動方程式

$$m\ddot{x}' = F'_x + 2m\omega\dot{y}' + m\omega^2 x' \tag{1}$$

に $x = r, y = 0, F'_x = 0$ を代入すると，

$$\underline{\ddot{r} = \omega^2 r} \tag{2}$$

2.

$$m\ddot{y}' = F_{y'} - 2m\omega\dot{x}' + m\omega^2 y' \tag{3}$$

に $x = r, y = 0, F'_y = S$ を代入すると，

$$0 = S - 2m\omega\dot{r} \tag{4}$$

を得る．式 (2) より ω を消去すると次式を得る．

$$\underline{0 = S - 2m\sqrt{\frac{\ddot{r}}{r}}\dot{r}} \tag{5}$$

を得る．

おまけ

　式 (2) の一般解を求めるため，$r = e^{\lambda t}$ とおくと，

$$\lambda^2 = \omega^2 \tag{6}$$

これより，$\lambda = \pm\omega$ となる．よって，式 (2) の一般解は，

$$r = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t} \tag{7}$$

となる．例えば，$t = 0$ で $r = r_0, \dot{r} = 0$ とおくと，

$$r(t = 0) = A + B = r_0 \tag{8}$$

$$\dot{r}(t = 0) = \omega A - \omega B = 0 \tag{9}$$

より，$A = B = \dfrac{r_0}{2}$ を得る．これより，

$$r = r_0\frac{e^{\omega t} + e^{-\omega t}}{2} = r_0 \sinh \omega t \tag{10}$$

となる．

　さらに式 (4) より，

$$S = 2m\omega\dot{r} \tag{11}$$

$$= 2m\omega^2 r_0 \cosh \omega t \tag{12}$$