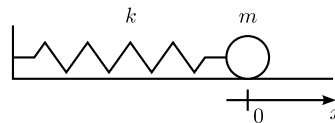


氏名

学籍番号

問 1. 質量 m の質点がバネから復元力 $-kx$ を受けている。運動方程式を立て、速度 $\dot{x}$ を乗じ、時間積分することで、この系の力学的エネルギーを求めよ。(講義で導出したように、 $E = K + U$ の形の式を作ればよい。)



解答

となる。これを時間積分すると、

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (1)$$

$$\frac{m}{2}x^2 + \frac{k}{2}\dot{x} = \text{Constant} \quad (5)$$

両辺に $\dot{x}$ を乗じる。

が言える。

$$m\ddot{x}\dot{x} + kx\dot{x} = 0 \quad (2)$$

なお、

ここで、

$$K = \frac{m}{2}x^2, \quad U = \frac{k}{2}\dot{x} \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m}{2}\dot{x}^2 \right) = m\ddot{x}\dot{x}, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{k}{2}x^2 \right) = kx\dot{x} \quad (3)$$

とすれば、

を用いると、式 (2) は

$$K + U = \text{Constant} \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m}{2}\dot{x}^2 + \frac{k}{2}x^2 \right) = 0 \quad (4)$$

となり、力学的エネルギー保存の法則が成り立つ。