

氏名 _____

学籍番号 _____

問 1.

1. 時刻 t における質点の位置を $\mathbf{r}(t)$ とする. 時刻 $t + \Delta t$ におけるこの質点の位置 $\mathbf{r}(t + \Delta t)$ を時刻 t のまわりでテーラー展開し, Δt に関して三次の項まで書け.
2. 質点が一定の加速度で運動しているとき, 質点の位置 $\mathbf{r}(t + \Delta t)$ を時刻 t における位置 $\mathbf{r}(t)$, 速度 $\mathbf{v}(t)$, 加速度 $\mathbf{a}(t)$ および時間 Δt を用いて表せ.

解答

1.

$$\mathbf{r}(t + \Delta t) = \mathbf{r}(t) + \dot{\mathbf{r}}(t) \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{r}}(t) \Delta t^2 + \frac{1}{3!} \dddot{\mathbf{r}}(t) \Delta t^3 + \dots \quad (1)$$

2.

加速度一定 ($\ddot{\mathbf{r}} = \text{const.}$) より, $\dddot{\mathbf{r}} = 0$. よって,

$$\mathbf{r}(t + \Delta t) = \mathbf{r}(t) + \mathbf{v}(t) \Delta t + \frac{1}{2} \mathbf{a}(t) \Delta t^2 \quad (2)$$

問 2. 二変数関数 $f(x, y)$ の微分 df が以下の式で表されることを示せ.

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

参考

「全微分」の式を示せという問題である. 分からない場合は, 微分に関する書籍やウェブページなどを参考にせよ. 参考にした書籍やウェブページは必ず明記すること.

問 3. ベクトル a, b が次式で与えられる．以下の問に答えよ．

$$\mathbf{a} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

1. ベクトル a, b が作る平行四辺形の面積を求めよ．
2. ベクトル a, b が作る平面に直交する単位ベクトルを求めよ．ただし，単位ベクトルの z 成分は正とする．

略解

1

外積を用いる．外積の大きさは 2 つのベクトルが作る平行四辺形の面積に等しく，外積の向きは 2 つのベクトルに直交する．

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{Bmatrix} -3 \\ -2 \\ 6 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$|\mathbf{c}| = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2 + 6^2} = 7 \quad (4)$$

2

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{c}}{|\mathbf{c}|} = \frac{1}{7} \begin{Bmatrix} -3 \\ -2 \\ 6 \end{Bmatrix} \quad (5)$$