

氏名 _____

学籍番号 _____

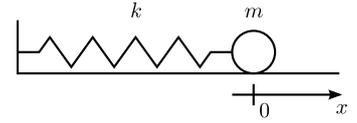
問 1. 質量 m_i の質点が速度 $\dot{\boldsymbol{r}}_i$ で運動している質点系を考える．質点系の運動エネルギーは

$$K = \frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\boldsymbol{r}}_i \cdot \dot{\boldsymbol{r}}_i$$

で与えられる．この質点系の運動エネルギーを質量中心の位置 \boldsymbol{r}_c および質量中心からの位置 \boldsymbol{r}'_i を用いて表せ． $\boldsymbol{r}_i = \boldsymbol{r}_c + \boldsymbol{r}'_i$ である．質量 m_i の総和を M とする．

問 2.

バネ定数 k のバネの一端を壁に固定し、もう一端に質量 m の質点を付ける。バネの伸びがないとき、質点の位置を $x = 0$ とおく。以下の間に答えよ。



1. 以下の力学的エネルギー保存の法則を運動方程式から導出せよ。

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2$$

ここに、 v_1, v_2 はそれぞれ時刻 t_1, t_2 における速度であり、位置 x_1, x_2 はそれぞれ時刻 t_1, t_2 における位置である。

2. バネによる復元力 kx に加えて、速度に抵抗する力 $c\dot{x}$ が加わる場合を考える。運動方程式は、

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (\text{a})$$

となり、ここで、 $\omega_0 = \sqrt{k/m}, 2h\omega_0 = c/m$ とおくと

$$\ddot{x} + 2h\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = 0 \quad (\text{b})$$

を得る。 $h < 0, h = 1, h > 1$ の 3 つの場合に分けて、それぞれ x の一般解を求めよ（虚数を用いず実数のみで表せ）。

3. 抵抗力に加え、力 $F_0 \sin \omega t$ が作用する場合を考える。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (\text{c})$$

この方程式を解くため、この方程式を満たす解の一つを見つけよ。（ヒント： $x = A \sin(\omega t + \delta)$ とおき、 A, δ を求めればよい。）