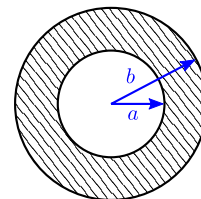


氏名

学籍番号

問 1. 外径 b , 内径 a の穴のあいた円板の慣性モーメントを質量 M および長さ a, b を用いて表せ . 回転軸は円の中心を通り , 円板に直交する . 密度はすべて一様とする .



解答

$$I = \frac{Mb^2}{2} - \frac{Ma^2}{2} \text{ としないように .}$$

1. 定義通りに計算すれば良い .

$$I = \int_S \rho r^2 dS \quad (1)$$

$$= \rho \int_a^b \int_0^{2\pi} r^3 dr d\theta \quad (2)$$

$$= \rho \frac{b^4 - a^4}{4} 2\pi = \rho \frac{b^4 - a^4}{2} \pi \quad (3)$$

$$\rho = \frac{M}{\pi(b^2 - a^2)} \text{ より ,}$$

$$I = \frac{M}{\pi(b^2 - a^2)} \frac{(b^4 - a^4)\pi}{2} \quad (4)$$

$$= \frac{M(b^2 + a^2)}{2} \quad (5)$$

質量が同一であれば , この問題の慣性モーメントは中身が詰まった円板の慣性モーメント $Mb^2/2$ よりも大きくなる . また , $a \rightarrow b$ のとき , 式 (5) 円輪の慣性モーメント Mb^2 , $a \rightarrow 0$ のとき , 円板の慣性モーメント $Mb^2/2$ となる .

別解

半径 R の円板の慣性モーメント I_R を密度を用いて表すと , 以下ようになる .

$$I_R = \frac{MR^2}{2} = \frac{\rho\pi R^4}{2} \quad (6)$$

$$I = I_b - I_a = \frac{\rho\pi(b^4 - a^4)}{2} \quad (7)$$

上式は , (3) と同じである .