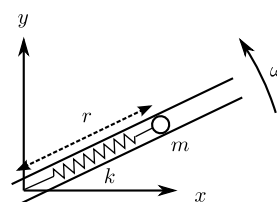


氏名

学籍番号

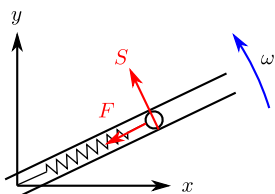
問 1. 図に示すように, 筒の中に質量 m の質点(小さな球)があり, その質点はバネ定数 k のバネで原点と結ばれている. この筒を原点を中心に水平面内で一定の角速度 ω で回転させる. 原点から質点までの距離を r とおく. 時刻 $t = 0$ において, $r = r_0$, $\dot{r} = 0$ であり, 筒は x 軸と重なっている. また, バネは $t = 0(r = r_0)$ のとき自然長である. 筒と質点には摩擦は作用しないと仮定するとき, 以下の問に答えよ.



1. 筒が質点に対して与える力 S , およびバネが質点に与える力 F を図中に描け.
2. 筒と x' 軸が重なる回転座標系を考える. このとき, x' 軸方向の運動方程式を (m, k, r, r_0, ω) を用いて表せ.
3. この質点が単振動するための条件を (m, k, ω) を用いて書け.

解答

1.



を得る.

3. 式 (3) の両辺を m で割る.

$$\ddot{r} = -\frac{k}{m}(r - r_0) + r\omega^2 \quad (4)$$

整理すると,

2. x' 方向の運動方程式は以下の通り^{*1}.

$$m\ddot{r} = -F + mr\omega^2 \quad (1)$$

バネが質点に与える力はフックの法則より

$$F = k(r - r_0) \quad (2)$$

である. これより,

$$m\ddot{r} = -k(r - r_0) + mr\omega^2 \quad (3)$$

となる. これより, 単振動するためには,

$$\frac{k}{m} - \omega^2 > 0 \quad (6)$$

となる必要があることが分かる^{*2}

^{*1} $r = x'$ であることに注意.

^{*2} 実際に $r = e^{\lambda t}$ において計算すると, $\frac{k}{m} - \omega^2 > 0$ のとき, λ が虚数を含む形で表され, 単振動することが分かる. λ が実数となるときは, 単振動しない.