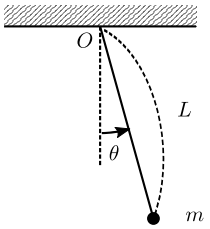
一般力学 (T1・T2) 3 回目レポート　　**(2018/ 5/14 10:25 a.m. 締め切り)**

氏名　　学籍番号

問 1.　図に示すような振り子を考える．ひもの長さを L，質点の質量を m，重力加速度を g，ひもと鉛直方向のなす角を θ，ひもの固定端を原点 O とする．ひもの質量が無視できるとき，以下の問に答えよ．

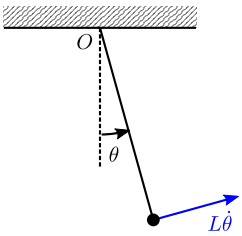


1. 点 O まわりの角運動量 l を求めよ．（半時計まわりに運動しているときに運動量が正となるようにせよ．）
2. 点 O まわりのモーメント N を求めよ．
3. 点 O まわりの回転の方程式を書け．
4. θ が十分小さく，$\sin\theta \sim \theta$ とみなせるとき，θ を時刻 t で表せ．ただし，時刻 $t = 0$ において，$\theta = \theta_0, \dot{\theta} = 0$ となる．

解答

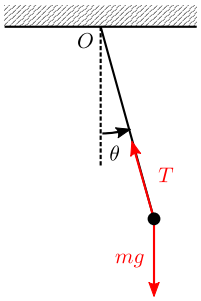
1. 質点の速度は $L\dot{\theta}$ である．また，位置ベクトルと速度ベクトルは直交するので，運動量は次式で得られる．

$$l = L \cdot mL\dot{\theta} = \underline{mL^2\dot{\theta}} \tag{1}$$



2. 質点に作用する力はひもが質点を引っ張る張力 T と鉛直下向きに作用する重力 mg である．張力は中心力であるため，張力によるモーメントは 0 となるので，考えるべき力は重力のみである．これより，力のモーメントは以下の式で与えられる．（力の向きは時計まわりとなっているので，マイナスの符号が着くことに注意せよ．）

$$N = \underline{-L \cdot mg\sin\theta} \tag{2}$$



3. $\dot{l} = N$ に式 (1), (2) を代入すると

$$mL^2\ddot{\theta} = -mLg\sin\theta \tag{3}$$

を得る．両辺 mL^2 で除してまとめると，次式を得る．

$$\underline{\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0} \tag{4}$$

4. 式 (4) において $\sin\theta \sim \theta$ を代入すると

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0 \tag{5}$$

を得る．よって，

$$\theta = A\cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}\,t + \delta\right) \tag{6}$$

となる．時刻 $t = 0$ において，$\theta = \theta_0, \dot{\theta} = 0$ であるので，$A = \theta_0, \delta = 0$ となる．よって次式を得る．

$$\underline{\theta = \theta_0\cos\sqrt{\frac{g}{L}}\,t} \tag{7}$$